This article is a technical report without peer review, and its polished and/or extended version may be published elsewhere.



池本開¹⁾,大谷浩太朗¹⁾,有賀健太朗²⁾,松林篤²⁾,牧野泰才²⁾,篠田裕之²⁾

1) 東京大学 情報理工学系研究科 (〒 113-0033 東京都文京区本郷 7-3-1)

2) 東京大学 新領域創成科学研究科 (〒 277-8561 千葉県 柏市 柏の葉 5-1-5)

概要: 本研究では, 円筒型反射体を用いた触覚提示に必要な超音波の位相補正理論とそれを用いた検証 結果を述べる. 反射波の収束には, 反射波の位相を揃えるように初期位相を決める必要がある. レンズの 公式を円筒湾曲方向に適用し, さらに円筒高さ方向の位置関係から仮想音源の座標を求めることで位相 補正を行った. その理論を用いた検証により, 焦点形成面における任意の箇所に焦点を形成できることが 確認できた.

キーワード: 触覚、超音波、反射、位相補正

1. 研究背景

近年,空中超音波触覚提示は広く研究が進められており, 人間と情報とのインタラクションを拡張することができる [1]. この技術は,接触型のデバイスを用いないことから,デ バイス装着が不必要であることや衛生的な制約に縛られな いという長所がある.また,触覚提示をすることは,視覚情 報に対して触覚情報を加えることができ,現実感を増幅させ ることから,様々な分野への応用が期待されている.例えば, 3D 映像に対する非接触触覚提示によって,映像上の物体に 実際に触れているような感覚を再現することができている [2]. これを応用した「HaptoClone」というデバイスでは, 物体の映像を触った際に,接触面と実際の物体に触覚提示を おこなうことで,実物に遠隔で触れているような感覚を再現 している [3].

このように、触覚提示の方法を変えることで、人間の物理 的な認識に影響を与えることができる.一方,それらの研究 では, 触覚提示のために用いる空中超音波触覚ディスプレイ (以下、「AUTD」)の近くに手を置くことが想定されてお り,離れた場所における触覚提示は想定されていない.この 要因の一つとして, AUTD と触覚提示箇所の距離が大きく なるにつれて焦点形成が難しくなり, 音圧が低下することが 考えられる. また, AUTD と反対側にある面に触覚提示を することは難しく, 触覚提示対象を囲うように AUTD を配 置することは、空間的制約や設計コストの増大につながる. それを解決するために、近似球面型の反射体を用いることで 遠距離に焦点を形成する研究がある [4, 5]. これによって, AUTD の小さい開口に対して,開口の大きい球面型の反射 体で超音波を反射させることで、より遠距離に対して超音 波を収束させることができる.また,反射波を用いるので, AUTD と反対側の面に触覚提示をすることができる.しか し、大きいサイズの場合、複数のパーツを組み合わせて反射 体を作る必要があり、これは設計がとても難しいという点が ある.

そこで本研究では,近似円筒型の反射体を用いた触覚提示

のための位相補正理論を提案する.円筒型の反射体は,複数 の長方形の板を組み合わせることで近似的に作成できる.こ れは,大規模な触覚提示インターフェースの作成に応用しや すいと考えられる.今回,円筒型反射体を用いた音圧提示で は,AUTDの各端子の初期位相を決定し,出力した音波を収 束させて単焦点を形成する方法をとる.そのため,初期位相 を求める位相補正理論を作成し,それを用いて数値計算をお こなうことで,焦点形成が可能であるかどうかを検証した.

2. 提案手法

2.1 音波伝搬理論

AUTD の各端子から放出される超音波は,3次元空間で は球面波として空気中を伝搬していく.ここで,ある空間位 置に触覚提示を行うためには,それぞれの球面波の音圧が 狙った位置で最大となるように初期位相を決定する必要が ある.この節では,音圧分布の数値計算と初期位相の決定に 用いられる伝達関数の計算について述べる.

まず, AUTD の固有の特性の値として, 波数を k, 音波の 減衰係数を $\alpha \in \mathbb{R}$, 指向性関数を $D(\cdot)$ と表すこととする. また, 境界要素法を用いた数値計算をおこなう都合上, 反射 体をメッシュに分割する. このとき, メッシュの分割数を Mとする. 反射体上の位置 $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^3$ における音圧を $p_{\text{ref}}(\mathbf{r}) \in \mathbb{C}$ とおくと, 反射体を剛体であると仮定した上で, キルヒホッ フーヘルムホルツ方程式から,

$$\frac{1}{2}p_{\rm ref}(\boldsymbol{r}) = p_{\rm in}(\boldsymbol{r}) - \int_{\Omega} p_{\rm ref}(\boldsymbol{s}) \frac{\partial G(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{s})}{\partial \boldsymbol{n}} dS \qquad (1)$$

が成り立つ.式(1)において,*G*(·)は3次元空間上の自由音場におけるグリーン関数であり,無限遠における音圧が0になるという条件のもとで,

$$G(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{s}) = \frac{e^{-ik|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{s}|}}{4\pi|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{s}|}$$
(2)

である.また, $p_{in}(\cdot) \in \mathbb{C}$ は, AUTD からの直接波成分であり, AUTD の $i \in \{1, 2, ..., N\}$ 番目の端子における座標と

音圧の初期値をそれぞれ, $u_i \in \mathbb{R}^3$, $q_i \in \mathbb{C}$ とすると,

$$p_{\rm in}(\boldsymbol{r}) = \sum_{i} D(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{u}_i) e^{-\alpha |\boldsymbol{r} - \boldsymbol{u}_i|} \frac{e^{-ik|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{u}_i|}}{4\pi |\boldsymbol{r} - \boldsymbol{u}_i|} q_i \qquad (3)$$

である.

ここで,式(1)を解析的に解くことを考える.添え字を反射体の各メッシュの位置に対応させて,

$$\boldsymbol{P}_{\text{ref}} = (p_{\text{ref}}(\boldsymbol{r}_1), \ p_{\text{ref}}(\boldsymbol{r}_2), \dots p_{\text{ref}}(\boldsymbol{r}_M))^{\text{T}}$$
(4)

$$\boldsymbol{P}_{\rm in} = \left(p_{\rm in}(\boldsymbol{r}_1), \ p_{\rm in}(\boldsymbol{r}_2), \dots p_{\rm in}(\boldsymbol{r}_M)\right)^{\rm T}$$
(5)

とすると,式(1),(3)は以下のように表せる.

$$\boldsymbol{P}_{\rm ref} = \boldsymbol{A}^{-1} \boldsymbol{P}_{\rm in} \tag{6}$$

ここで, 行列 $A \in \mathbb{C}^{M \times M}$ は, 式 (1) の $r \ge s$ がどちらも反 射体上の点であるから,

$$\boldsymbol{A}(i, j) = \begin{cases} \frac{1}{2} & (i = j) \\ \frac{1}{2} + \int_{\Omega_j} \frac{\partial G(\boldsymbol{s}_i, \boldsymbol{s}_j)}{\partial \boldsymbol{n}} dS_j & \text{otherwise} \end{cases}$$
(7)

である. つまり, 式 (6) の右辺は, 計算量が $O(M^3)$ の行列 計算である. これはメッシュの分割数が大きくなるほど, 計 算時間の増加し, 大きいメモリが必要になるという問題点が ある.

そこで,今回は密行列の逆行列計算を行わない手法を提案 する.式(7)の右辺下式で,第二項におけるグリーン関数の 方向微分は,

$$\frac{\partial G(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{s})}{\partial \boldsymbol{n}} = \frac{-1 - ik|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{s}|}{4\pi|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{s}|^3} e^{-ik|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{s}|} \cdot \left((\boldsymbol{r} - \boldsymbol{s}) \cdot \boldsymbol{n}\right)$$
(8)

である.ここで,反射体上の二点 r, s の距離が大きいとき, 式 (8) が距離の 2 乗で減衰する.また,反射体上の二点 r, s の距離が小さいとき, (r - s) と n の内積が 0 に近づく. よって,添え字として $i, j \in \{1, 2, ..., M\}$ 用いると,

$$\int_{\Omega_j} \frac{\partial G(\boldsymbol{s}_i, \boldsymbol{s}_j)}{\partial \boldsymbol{n}} dS_j \simeq 0 \tag{9}$$

と近似できる. このとき, 行列 A は,

$$\boldsymbol{A} = \frac{1}{2}\boldsymbol{E} \tag{10}$$

と表せる.式(6),(10)から,反射体上における音圧 **P**_{ref}は,

$$\boldsymbol{P}_{\rm ref} = 2\boldsymbol{P}_{\rm in} \tag{11}$$

で求めることができる.

そして, 焦点形成面上の位置 r における音圧を $p_f(r)$ と すると, 焦点形成面は空気中であることから,

$$p_f(\mathbf{r}) = p_{\rm in}(\mathbf{r}) - \int_{\Omega} p_{\rm ref}(\mathbf{s}) \frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{s})}{\partial \mathbf{n}} dS \qquad (12)$$

で表される.

ここで, $p_f(\mathbf{r})$ と q_i の関係を考える. 式 (3) において, 音 圧の初期値を

$$\boldsymbol{Q} = (q_1, q_2, \dots, q_N)^{\mathrm{T}}$$
(13)

と表すと,式 (1),式 (12) における直接波成分の音圧行列 **P**_{in} はそれぞれ,

$$\boldsymbol{P}_{\rm in} = \boldsymbol{G}_r \boldsymbol{Q} \tag{14}$$

$$\boldsymbol{P}_{\rm in} = \boldsymbol{G}_f \boldsymbol{Q} \tag{15}$$

と表すことができる.ここで、 G_r, G_f は、反射体上の位置 をs、焦点面上の位置をrで表すことにすると、

$$\boldsymbol{G}_{r}(i, j) = D(\boldsymbol{s}_{i} - \boldsymbol{u}_{j})e^{-\alpha|\boldsymbol{s}_{i} - \boldsymbol{u}_{j}|} \frac{e^{-ik|\boldsymbol{s}_{i} - \boldsymbol{u}_{j}|}}{4\pi|\boldsymbol{s}_{i} - \boldsymbol{u}_{j}|} \quad (16)$$

$$\boldsymbol{G}_{f}(i, j) = D(\boldsymbol{r}_{i} - \boldsymbol{u}_{j})e^{-\alpha|\boldsymbol{r}_{i} - \boldsymbol{u}_{j}|} \frac{e^{-ik|\boldsymbol{r}_{i} - \boldsymbol{u}_{j}|}}{4\pi|\boldsymbol{s}_{i} - \boldsymbol{u}_{j}|} \quad (17)$$

である.また, 焦点面上の点 **r**_i, 反射面上の点 **s**_i に対して, 行列 **B** を,

$$B(i, j) = \int_{\Omega_j} \frac{\partial G(\boldsymbol{r}_i, \boldsymbol{s}_j)}{\partial \boldsymbol{n}} dS_j$$
(18)

とすると、 焦点面上の音圧行列 P_f は、

$$\boldsymbol{P}_{\rm f} = (\boldsymbol{G}_f - 2\boldsymbol{B}\boldsymbol{G}_r)\boldsymbol{Q} \tag{19}$$

と表すことができる.そして, P_f の各要素の絶対値が,それぞれ焦点面上の音圧分布となる.

2.2 位相補正理論

AUTD の振幅はすべて最大値で固定した場合を考えるため,以下 Q は AUTD の各端子の初期位相行列として考える.

式 (19) において, $G_f - 2BG_r \in \mathbf{R}$ とおく. 行列 \mathbf{R} は 初期位相に対する焦点形成面上の音圧を求める伝達関数で ある. P_f の *i* 番目が表す焦点面上の位置で音圧分布を最大 とするとき, \mathbf{Q} の *j* 番目の初期位相 q_j は,

$$q_j = \frac{(\boldsymbol{R}(i, j))^*}{|\boldsymbol{R}(i, j)|}$$
(20)

で表すことができる.分子は行列要素の複素共役を表している.このように, *Q* に対する伝達関数から, 焦点形成面における任意の点に対して音圧が最大となるような各端子の初期位相を決定することができる.しかし, 実機を用いる際は初期位相を入力とするが, それを求めるために正確なメッシュモデルを作成し, 伝達関数を計算するのは手間がかかる. そこで, 今回は伝達関数を用いずに AUTD の各端子の初期位相を決定する理論を提案する.

図 1, 2 のように, 円筒型反射体の中心を原点にとり, z 軸 負の方向に AUTD を置き, 焦点を形成することを考える. まず, 円筒湾曲方向に対して, 仮想音源から出た音波が焦点 にたどり着くまでの経路差が十分に小さいものと仮定した うえで, 凹面鏡におけるレンズの公式を用いる. 原点を含む z = 0 の面から仮想音源までの距離, 焦点形成面までの距離, 焦点距離をそれぞれ, a, b, f (a > 0, b > 0, f > 0) とす ると,

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \tag{21}$$

が成り立つ. ここで, 焦点形成面上の点 F の座標を (F_x, F_y, F_z) , AUTD 上のある端子 A の座標を (A_x, A_y, A_z) , そ の端子に対する仮想音源の座標を (I_x, I_y, I_z) とする. 今



図 1: 円筒湾曲方向における仮想音源列の位置決定



図 2: 円筒高さ方向における仮想音源の位置決定

回, 湾曲面は半円形であるため, 円筒半径をRとすると, 焦 点距離fはR/2である.また, bは $-F_z$ で表すことができ る.このとき, レンズの公式における像の拡大倍率を踏まえ ると, 仮想音源位置のxz座標は, 式 (21) におけるaを用い て以下のように表すことができる.

$$(I_x, I_z) = \left(\frac{aF_x}{F_z}, -a\right) \tag{22}$$

次に、円筒高さ方向に対して先ほど求めた仮想音源のx座 標を用いてy座標を計算し、各仮想音源の三次元座標を求 める. 図 2 のように、反射面に対して焦点形成箇所の鏡像点 F'をとる. そして、線分 AF'と線分 FF'のなす角を θ とす ると、

$$\theta = \arctan\left(-\frac{A_y - F_y}{A_z + F_z}\right) \tag{23}$$

が成り立つ. これより, 仮想音源 I の座標は, 式 (22) を踏ま えて,

$$(I_x, I_y, I_z) = \left(\frac{aF_x}{F_z}, (a - F_z)\tan\theta + F_y, -a\right) \quad (24)$$

である.よって, *i* 番目の端子とその端子に対応する仮想音 源との距離を l_i とし, 仮想音源と焦点形成箇所の鏡像点 F'との距離を *L* とすると, AUTD の *i* 番目の端子の初期位相 ϕ_i は, 波数 *k* を用いて,

$$\phi_i = \begin{cases} -kl_i + L & (A_z > I_z) \\ kl_i + L & (A_z \le I_z) \end{cases}$$
(25)

とする. これによって,予め決めた焦点の位置に対して, AUTD 上の各端子から出る超音波を収束させることがで きる.

3. 数值実験

以下, 正規化音圧分布で音圧の評価をおこなう. 図 3 のように, 高さ 900 mm, 湾曲方向の半径 450 mm, 中心角 180°の円筒型反射体を等辺 4 mm の二等辺三角形のメッシュで近似的に作成した. そして, その反射体を, 中心を原点とし, 円筒高さ方向が yz 平面, 円筒湾曲方向が xz 平面と平行に



図 3: 数値実験のモデル



図 4: 反射体中心と各メッシュに対する行列 A の積分項の 大きさ

なるように配置する. AUTD は各端子 10.18 mm 間隔で, 1 台の端子数は *x* 方向, *y* 方向にそれぞれ 14, 18 個ずつであ る. AUTD から出力される音波の振動数は 40 kHz である. そして, 焦点が (20, 10, -250 mm) となるように AUTD の初期位相を決定する.

まず,式(9)が成り立つことを検証した. Aの行と列にそ れぞれ対応するメッシュの番号において,この反射体の中心 (0,0,0mm) に最も近いメッシュの番号をcとする.式(7) の積分項の寄与を考えるために,積分項の計算結果の複素数 に対して絶対値をとることで Aを実数行列とした.そして, Aのc行の各要素を求め,1/2 に対する A(c, j)の積分項 の値とj番目に対応するメッシュのxy平面上の位置の関 係は図4のようになる.図4から,メッシュの全領域におい て,式(7)の積分項の要素は高々-50 dB未満であり,これ は無視しても数値計算結果に対する影響は十分小さいと考 えられる.

また, 先の条件で数値計算をおこなうと, z = -250 mm における反射波の音圧分布は図 5 左図のようになった. そ して, AUTD を 3 台にし, x 方向の端子数は変えず, y 方向 の端子数を 54 個ずつに増やし, 他の条件を AUTD1 台の場



図 5: 焦点座標を (20, 10 mm) とした時の音圧分布. 左図 は AUTD1 台, 右図は AUTD3 台の場合である.



図 6: AUTD3 台で, 伝達関数による位相補正を用いて収 束させたときの音圧分布

合と同じにした際の z = -250 mm における反射波の音圧 分布は図 5 右図のようになった.

図 5 から, AUTD1 台では y 方向の収束が不十分である のに対し, AUTD3 台では x 方向と同じ程の大きさまでブ ラーが抑制されている. これは, 円筒型反射体の高さ方向は 平面状であり, AUTD の開口の大きさがブラーの大きさに 直接影響するためである [2].

次に、図5右図と同じ条件で,AUTD3台に対して伝達関数 から求めた初期位相値を用いて音圧分布を求めたところ、図 6のようになった.この条件において、2つの位相補正理論で それぞれ求めた音圧分布の平均二乗誤差は3.04×10⁻⁴ [a.u.] であり、分布の違いは十分に小さいといえる.また、提案し た位相補正理論は反射波に対するものであるが、音圧分布は 直接波の有無に依存しなかった.これは、直接波成分は提示 面上では収束しないことから、反射波成分の焦点形成箇所に おける音圧分布と比べて十分に小さいからである.

一方で,パラメータの設定によっては,位相補正理論を適 用するが,想定とは全く異なる位置に焦点が形成される場合 がある.これは,求めた仮想音源位置と AUTD の各端子と の距離が小さい場合,端子間ごとの初期位相が大きく異なり, 音波の合成波面が想定とは別方向に形成されるグレーティ ングローブが発生するからである.

また, 仮想音源の x 座標の絶対値が大きくなると, 仮想音 源から出た音波が焦点形成箇所に反射波として到達するま での経路長を一定とみなせなくなり, 焦点形成箇所の音圧分 布が x 軸方向に対してずれる. 図 7 は, AUTD の各 z 座標 の位置に対して, 焦点形成箇所を (20, 10, -250 mm) とし たときの y = 10 mm における音圧分布であり, AUTD の z座標が小さくなり, 反射板との距離が大きくなるにつれて, 想定の焦点形成箇所と計算結果のピークの位置がずれてい ることが分かる.

4. 結論

本研究では, AUTD における円筒型反射体を用いた焦点 形成方法を提案した. 焦点形成面上の音圧分布を求める伝 達関数を計算する際には, 近似を用いて計算量を減らす方 法を述べた. また, AUTD の初期位相の決定では, 円筒型 反射体の湾曲方向に対しては凹面鏡のレンズの公式を用い, 高さ方向に関しては反射体に対する焦点形成箇所の鏡像点 までの距離を考えることで, 伝達関数を用いずに AUTD の



図 7: AUTD の *z* 座標に対する *y* = 10 mm 上の正規化音 圧分布

各端子の初期位相を決定する手法を提案した. これを用い て計算した結果, 焦点形成面における任意の箇所に焦点を形 成できることが確認できた. また, 円筒高さ方向に関しては AUTD1 枚ではブラーが抑制できないことが分かった. これ は, AUTD を複数枚積み上げて開口を大きくすることで解 決できる. そして, 仮想音源の位置が AUTD と近い場合や *x* 座標の絶対値が大きい場合は, 所望の焦点を作れないこと が確認できた. よって, 提案した位相補正理論は, 伝達関数 を用いずに簡易的に初期位相を求めることができる. 一方, AUTD と反射体や焦点形成面の位置に制約が生じることが 分かった. 今後は, 提案した位相補正理論を用いた実機実験 で正しい結果が得られるかを検証する.

参考文献

- M Sreelakshmi and TD Subash. Haptic technology: A comprehensive review on its applications and future prospects. *Materials Today: Proceedings*, 4(2):4182– 4187, 2017.
- [2] Takayuki Hoshi, Masafumi Takahashi, Kei Nakatsuma, and Hiroyuki Shinoda. Touchable holography. In ACM SIGGRAPH 2009 Emerging Technologies, pages 1–1. Association for Computing Machinery, 2009.
- [3] Yasutoshi Makino, Yoshikazu Furuyama, Seki Inoue, and Hiroyuki Shinoda. Haptoclone (haptic-optical clone) for mutual tele-environment by real-time 3d image transfer with midair force feedback. In *CHI*, volume 16, pages 1980–1990. San Jose, CA, 2016.
- [4] Kentaro Ariga, Atsushi Matsubayashi, Yasutoshi Makino, and Hiroyuki Shinoda. Distant small spot presentation in midair haptics using polyhedral reflector. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 155(5):3549–3558, 2024.
- [5] Kentaro Ariga, Masahiro Fujiwara, Yasutoshi Makino, and Hiroyuki Shinoda. Midair haptic presentation using concave reflector. In *Haptics: Science*, *Technology, Applications: 12th International Conference, EuroHaptics 2020, Leiden, The Netherlands, September 6–9, 2020, Proceedings 12*, pages 307–315. Springer, 2020.