



THE VIRTUAL REALITY SOCIETY OF JAPAN

超音波フェーズドアレイを用いた音圧振幅分布の生成手法比較

Comparison of Methods for Reproducing Sound Pressure Amplitude Distribution
Using An Ultrasonic Phased Array

荻野堯¹⁾, 松林篤¹⁾, 藤原正浩²⁾, 牧野泰才^{1,2,3)}, 篠田裕之^{1,2)}

Takashi OGINO, Atsushi MATSUBAYASHI, Masahiro FUJIWARA, Yasutoshi MAKINO
and Hiroyuki SHINODA

1) 東京大学大学院 情報理工学系研究科 (〒 113-8654 東京都文京区本郷 7 丁目 3 - 1)

2) 東京大学大学院 新領域創成科学研究科 (〒 277-8561 千葉県柏市柏の葉 5 丁目 1 - 5)

3) 国立研究開発法人 科学技術振興機構 さきがけ (〒 332-0012 埼玉県川口市本町 4-1-8)

概要:

超音波フェーズドアレイを用いて空間中に触覚を提示する技術が注目されている。超音波によって生じられる触覚は音響放射圧と呼ばれる非線形現象に由来するが、音響放射圧は超音波の音圧振幅に依存している。空間中に所望の音圧振幅を生成する手法は複数提案されている。本研究では、所望の音圧振幅分布を既存の各手法によって再現し、手法間の再現精度の誤差を比較する。生成したい音場の条件に適した再現法を検討する。

キーワード: 超音波フェーズドアレイ, 音圧振幅制御, 最適化

1. 序論

VR における触覚提示技術の一つとして、超音波触覚は非接触で高解像度な触感を提示可能な手法である。超音波触覚提示手法では、超音波フェーズドアレイの複数の振動子の振幅及び位相を制御することで空間中の音圧を変化させ、高圧部に触れた皮膚表面に触覚を生起させる。皮膚触覚として知覚される音響放射圧はその点の音圧振幅に依存する。そこで、空間中の任意の点を制御点として提示したい物体形状に沿うような音圧振幅分布を生成することで、物体形状を超音波触覚として表現できる。

空間中に所望の音圧振幅分布を生成するような振動子振幅、位相を求める手法は複数提案されている。特に、通常の超音波振動子は振幅に上限があり、一方で触覚には絶対閾があることから、通常の逆問題解法を直接適用できないことが多い。この制限の下で解を得る手法が、Long ら [1], 井上ら [2], 松林ら [3] によって考案されている。これらの手法は所望の音圧分布をよく近似することが確認されているが、制御点の数や間隔の変動に対する定量的な比較はされていない。

本研究では、所望の音圧振幅を既存手法によって空間中に再現したときの誤差を数値シミュレーションにより比較し、それぞれの条件に適した手法の検討をおこなう。

2. 問題の定式化

空間の任意の位置に設定した複数の制御点の音圧振幅を超音波フェーズドアレイを用いて制御する。超音波フェーズドアレイの個々の振動子は一定周波数の超音波を送出するが、その振幅及び位相を自由に変更できる。 M 個の制御点音圧の複素振幅を $\mathbf{p} \in \mathbb{C}^M$, N 個の振動子の複素振幅を $\mathbf{q} \in \mathbb{C}^N$ とする。各制御点と各振動子の間の伝達関数を要素に持つ行列を $G \in \mathbb{C}^{M \times N}$ とすると \mathbf{p} と \mathbf{q} の関係は次式で表される。なお、本稿では $M < N$ とする。

$$\mathbf{p} = G\mathbf{q} \quad (1)$$

触覚として知覚される音響放射圧は音圧振幅の 2 乗に比例し音圧の位相には依存しない [4] ため、制御点での音圧振幅分布を制御することを考える。制御点上の目標とする音圧振幅分布を $\mathbf{p}_{\text{amp}} \in \mathbb{R}^M$ とし、伝達関数行列 G を既知として、以下の問題を考える。ただし、 $\mathbf{p}_{\text{amp},i} > 0 \quad \forall i \in 1, \dots, M$ とする。

$$\begin{aligned} \text{find} \quad & \mathbf{q} \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{p}_{\text{amp}} = |G\mathbf{q}| \end{aligned} \quad (2)$$

また、本稿では i 番目の制御点 p_i と j 番目の振動子 q_j 間の伝達関数 G_{ij} を次式のように近似する。

$$G_{ij} = \frac{e^{-ik|\mathbf{r}_{p,i} - \mathbf{r}_{q,j}|}}{4\pi|\mathbf{r}_{p,i} - \mathbf{r}_{q,j}|} D(\theta_{ij}) e^{\alpha|\mathbf{r}_{p,i} - \mathbf{r}_{q,j}|} \quad (3)$$

ただし、 $\mathbf{r}_{p,i}$ は制御点 p_i の座標、 $\mathbf{r}_{q,j}$ は振動子 q_j の座標、 θ_{ij} は $\mathbf{r}_{p,i} - \mathbf{r}_{q,j}$ と超音波フェーズドアレイの法線のなす

角, k は波数, α は媒質の減衰係数である. また, D は指向性関数であり, 本稿では次のように近似する.

$$D(\theta_{ij}) = 1.11 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\pi}} + 1.06 \cdot \frac{3}{2} \sqrt{\frac{3}{\pi}} \cos \theta_{ij} \\ + 0.24 \cdot \frac{1}{4} \sqrt{\frac{5}{\pi}} (3 \cos^2 \theta_{ij} - 1) \\ - 0.12 \cdot \frac{1}{4} \sqrt{\frac{7}{\pi}} (5 \cos^3 \theta_{ij} - 3 \cos \theta_{ij}) \quad (4)$$

3. 音圧振幅制御手法

本章では, 目標の音圧振幅を生成する振動子複素振幅を求める手法について述べる. 3.1 節, 3.2 節, 3.3 節では既存手法の本稿における用い方について説明する. 3.4 節では制御点音圧位相が決定されたときの振動子複素振幅決定手法としてバリア関数法について説明する.

3.1 Long らの手法

Long らの手法では [1] では, まず互いに干渉し強め合うような制御点複素音圧位相 \mathbf{t}_* を求める. 制御点 i の音圧振幅 $p_{\text{amp},i}$ を実現する振動子音圧振幅 $\mathbf{q}_{(i)} \in \mathbb{C}^N$ を最小ノルム解として求める. このとき, $\mathbf{q}_{(i)}$ は G の i 行目のベクトル g_i を用いて次式で与えられる.

$$\mathbf{q}_{(i)} = g_i^H (g_i g_i^H)^{-1} p_{\text{amp},i} \in \mathbb{C}^{N \times 1} \quad (5)$$

各制御点に対して同様に考え, 制御点音圧振幅から推定された振動子振幅行列 $Q = [\mathbf{q}_{(1)}, \dots, \mathbf{q}_{(M)}] \in \mathbb{C}^{N \times M}$ を得る. そして, Q から制御点の音圧振幅行列 $R = GQ \in \mathbb{C}^{M \times M}$ が得られる. R の最大固有ベクトルが, 制御点音圧が互いに最も強め合う位相を持つ. そのため, R を固有値分解し最大固有ベクトルの位相成分を \mathbf{t}_* とする. そして, 振動子の複素振幅 \mathbf{q}_* を次式の Tikhonov 正則化によって求める. Long らは距離や制御点音圧振幅の大きさに応じた重み付けを施したが, 本稿では簡単のため一律に λ とする.

$$\min_{\mathbf{q}} \quad \|\mathbf{P}\mathbf{t}_* - G\mathbf{q}\|^2 - \lambda \|\mathbf{q}\|^2 \quad (6)$$

ただし, $P \in \mathbb{R}^{M \times M}$ は p_{amp} を対角要素に持つ対角行列である. これを解いて, $\mathbf{q}_* = (G^H G + \lambda I)^{-1} G^H \mathbf{P}\mathbf{t}_*$ を得る.

また, 個々の振動子振幅には上限値 q_{max} が存在する. そのため, 上限に関する制約が満たされるよう各 q_i に対して次のように正規化する.

$$q_j = \begin{cases} q_{\text{max}} \frac{q_j}{|q_j|} & \text{if } q_j > q_{\text{max}} \\ q_j & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

3.2 井上らの手法

井上らの手法 [2] では, 式 (2) を次のような最適化問題に置き換える.

$$\min \quad \|\mathbf{P}\mathbf{t} - G\mathbf{q}\|^2 \\ \text{s.t.} \quad |t_i| = 1 \quad \forall i \in 1, \dots, M \quad (8)$$

式 (8) を解くことで目標の音圧振幅分布を再現する制御点音圧位相 \mathbf{t}_* , 振動子複素振幅 \mathbf{q}_* を求める. 本手法では, \mathbf{t}_* から Tikhonov 正則化によって \mathbf{q}_* を一意に決定している.

そこで, 式 (8) を \mathbf{t} に関する最適化問題として考える. $U = \mathbf{t}\mathbf{t}^H$ と置くと式 (8) は次のように変形できる.

$$\min \quad \text{Tr}(UL) \\ \text{s.t.} \quad \text{diag}(U) = 1 \\ U \succeq 0 \\ \text{Rank}(U) = 1 \quad (9)$$

ただし, $L = P^H(GG^H - I)^H(GG^H - I)P$ である. 式 (9) のランク制約を取り除くことで, 半正定値計画問題となる. 半正定値計画問題の大域最適解を求める手法は複数提案されているが, 本稿では井上らと同様にブロック座標降下法を使用して解を求める. 求められた U はランク制約を満たさないため, U の最大固有ベクトルを取り出しその位相成分を \mathbf{t}_* とする. また, 本手法で得られた \mathbf{q} に対しても正規化する.

3.3 松林らの手法

松林らの手法 [3] では, 式 (8) に対し振動子の振幅を上限値に固定し, 次の問題を考える.

$$\min \quad \|\mathbf{P}\mathbf{t} - G\mathbf{q}\|^2 \\ \text{s.t.} \quad |t_i| = 1 \quad \forall i \in 1, \dots, M \\ |q_j| = q_{\text{max}} \quad \forall j \in 1, \dots, N \quad (10)$$

制御点音圧位相を $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \dots, \theta_M] \in \mathbb{R}^M$, 振動子複素位相を $\boldsymbol{\phi} = [\phi_1, \dots, \phi_N] \in \mathbb{R}^N$ と置く. $\mathbf{a} = [\boldsymbol{\phi} \ \boldsymbol{\theta}]^T \in \mathbb{R}^{N+M}$ を考えると, 式 (10) の目的関数の中身は次式で表せる.

$$\mathbf{P}\mathbf{t} - G\mathbf{q} = \mathbf{L}\mathbf{u}(\mathbf{a}) \quad (11)$$

ただし, $L = [q_{\text{max}}G \ -P]$ とする. ここで, $\mathbf{u}(\mathbf{a}) = [e^{i\phi_1}, \dots, e^{i\phi_N}, e^{i\theta_1}, \dots, e^{i\theta_M}]^T$ は \mathbf{a} に関する無制約最小二乗問題であるため, Levenberg Marquardt 法を用いて解くことができる [5, 6]. 本稿では \mathbf{u} を次のアルゴリズムにより更新する. ただし, J は $f(\mathbf{a}) = \mathbf{L}\mathbf{u}(\mathbf{a})$ のヤコビアンである.

3.4 バリア関数法

式 (8) において制御点音圧振幅行列 P 及び制御点複素音圧位相 \mathbf{t} を固定すると, 振動子振幅に \mathbf{q} に関する凸計画問題となるため, 大域最適解が求められる. 凸計画問題の大域最適解を求める手法は複数提案されており, 本稿ではバリア関数法を用いる.

式 (8) において $t_i = 1$ に固定し, 目的関数に対して \mathbf{q} の大きさに関する制約としてバリア関数を加え, 次式の問題を考える. ただし, τ はバリア関数のパラメータである.

$$\min \quad \|\mathbf{P}\mathbf{t} - G\mathbf{q}\|^2 + \sum_i \frac{1}{\tau} \log(|q_{\text{max}}|^2 - |q_i|^2) \quad (12)$$

式 (12) において, τ を徐々に増加させながらニュートン法を繰り返し行うことで最適解を求める. バリア関数法は Long の手法, 井上らの手法で得られた \mathbf{t}_* を用いることもできる. そのため, バリア関数法をそれぞれの手法と組み合わせることで, より精度の高い解を得られると考えられる.

Algorithm 1 Levenberg Marquardt**Require:** $\mathbf{a}_0 = \mathbf{0}$ **for** $k = 0$ to $K - 1$ **do**

$$\mathbf{d} \leftarrow -(\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{f}$$

$$\rho \leftarrow \frac{F(\mathbf{a} + \mathbf{d}) - F(\mathbf{a})}{\mathbf{d} \cdot (\mathbf{J}^T \mathbf{f} - \lambda \mathbf{d})}$$

if $\rho > 0$ **then**

$$\lambda \leftarrow \lambda \cdot \max\left(\frac{1}{3}, 1 - (2\rho - 1)^3\right)$$

$$\nu \leftarrow 2$$

else

$$\mathbf{a}_k \leftarrow \mathbf{a}_k + \mathbf{d}$$

$$\lambda \leftarrow \lambda \nu$$

$$\nu \leftarrow 2\nu$$

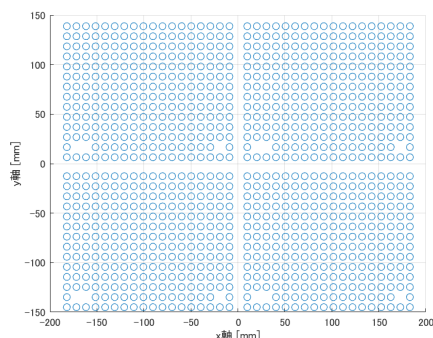
end if**end for**

図 1: 超音波フェーズドアレイの振動子の配置

4. 実験

MATLAB によるシミュレーションをおこなった。各手法によって振動子の最適な振幅 \mathbf{q}_* を求め、制御点音圧振幅を $\mathbf{p}_* = G\mathbf{q}_*$ で再現した。そして、各手法における所望の音圧振幅 \mathbf{p}_{amp} との誤差を求めた。本研究で対象とした最適化手法は以下の通りである。

- 松林らの手法 (LM)
- Long らの手法+バリア関数法 (ED+BF)
- Long らの手法+Tikhonov 正則化 (ED+TR)
- 井上らの手法+バリア関数法 (SDR+BF)
- 井上らの手法+Tikhonov 正則化 (SDR+TR)
- バリア関数法 (NOopt+BF)
- Tikhonov 正則化 (NOopt+TR)

4.1 設定

振動子の最大振幅を $q_{\text{max}} = 1$ mPa とし、制御点を次式の領域の格子点上に各実験の条件のもとで配置した。ただ

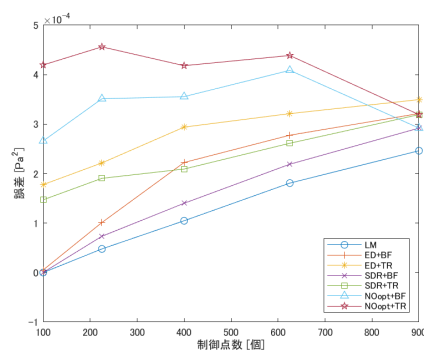


図 2: 制御点数と誤差の関係

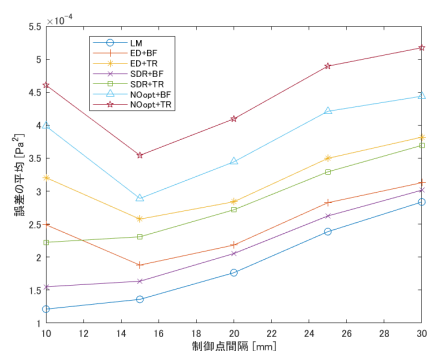


図 3: 制御点間隔と誤差の関係

し、 x 軸、 y 軸方向の格子点数をそれぞれ M_x, M_y とし、常に $M_x = M_y$ と定めた。隣り合う格子点の間隔は $d_p = 10$ mm とした。

$$\left\{ (x, y, z = z_p) \left| \begin{array}{l} -\frac{M_x - 1}{2} d_p \leq x \leq \frac{M_x - 1}{2} d_p \\ -\frac{M_y - 1}{2} d_p \leq y \leq \frac{M_y - 1}{2} d_p \end{array} \right. \right\} \quad (13)$$

格子点領域と超音波フェーズドアレイは平行で、距離 $z_p = 150$ mm とした。超音波フェーズドアレイの振動子の配置は図 1 のように実際に用いられているものと同様にした。隣り合う振動子の間隔は $d_q = 10.18$ mm である。媒質の減衰係数を $\alpha = 2 \times 10^{-4}$ mm $^{-1}$ 、波長を 8.5 mm とした。Tikhonov 正則化のパラメータは $\lambda = 10^{-4}$ とした。井上らの手法の反復回数を 100 回に固定した。また、松林らの手法、バリア関数法における収束条件を $|\mathbf{q}_k - \mathbf{q}_{k-1}| < 10^{-3}$ Pa とした。

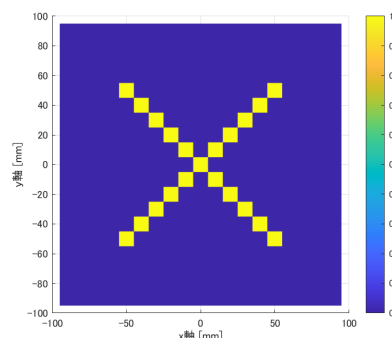


図 4: 実験 3 における制御点の配置

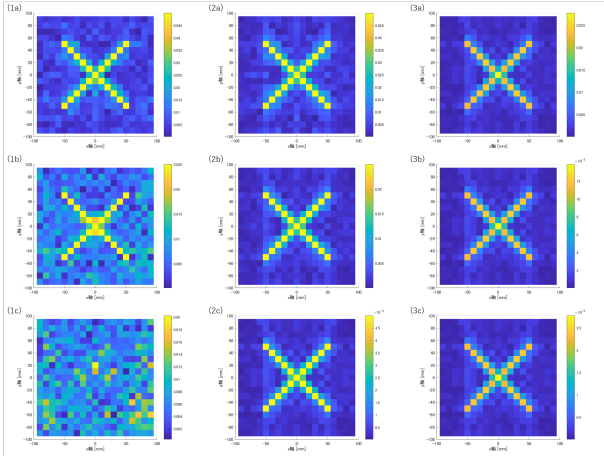


図 5: 格子点全体に生成される音圧振幅. 図 5(1a), (1b), (1c) が松林らの手法, 図 5(2a), (2b), (2c) が井上らの手法+バリア関数法, 図 5(3a), (3b), (3c) が井上らの手法+Tikhonov 正則化である. (a) が $p_{\text{amp}} = 0.05$ Pa, (b) が $p_{\text{amp}} = 0.025$ Pa, (c) が $p_{\text{amp}} = 0.005$ Pa の場合である.

4.2 実験 1

本実験では各手法における制御点数 M に対する誤差を調べた. x 軸方向の格子点数を $M_x = 10, 15, 20, 25, 30$ と変化させ, 全格子点を制御点とした. 制御点上の所望の音圧振幅を $[0, 0.05]$ の範囲でランダムに設定し, 各手法によって \mathbf{p}_* を得た. そして, 制御点数あたりの誤差 $\frac{1}{M} \|\mathbf{p}_{\text{amp}} - \mathbf{p}_*\|^2$ を求めた. この操作を 5 回おこない平均誤差を計算した. このとき, 制御点数と平均誤差の関係は図 2 のようになった.

図 2 より松林らの手法を用いたときの誤差が制御点数によらず常に小さくなった. また, q 最適化の観点ではバリア関数法を用いたとき, t 最適化の観点では井上らの手法を用いたときの誤差が小さくなった.

4.3 実験 2

本実験では各手法における制御点間隔 d_p に対する誤差を調べた. 制御点は全格子点とし, x 軸方向の格子点数は $M_x = 20$ に固定した. 本実験では, 制御点間隔 $d_p = 10$ mm, 15 mm, 20 mm, 25 mm, 30 mm と変化させ, 制御点上の所望の音圧振幅を $[0, 0.05]$ の範囲でランダムに設定した. 各手法によって \mathbf{p}_* を得て, 誤差 $\frac{1}{M} \|\mathbf{p}_{\text{amp}} - \mathbf{p}_*\|^2$ を求めた. この操作を 5 回おこない平均誤差を計算した. このとき, 制御点間隔と誤差の関係は図 3 のようになった.

図 3 より, 各手法による誤差の大きさは実験 1 とほぼ同様であった. これより, 制御点間隔の誤差に対する影響は小さいと考えられる.

4.4 実験 3

本実験では, 制御点音圧振幅を生成したときの制御点の周囲に生成される音圧振幅分布を確かめた. 制御点の配置を図 4 のように設定した.

制御点上の目標の音圧振幅を $p_{\text{amp}} = 0.05$ Pa, 0.025 Pa,

0.005 Pa と変化させ, 松林らの手法, 井上らの手法+バリア関数法, 井上らの手法+Tikhonov 正則化の 3 種類の手法を用いて \mathbf{p}_* を求めた. そして, \mathbf{p}_* によって格子点全体に生成される音圧振幅を描画したところ, 図 5 のようになった.

図 5 より, 松林らの手法において所望の音圧振幅 p_{amp} に対して振動子振幅が大きいとき, 制御点の周囲に余計な圧力が生成されてしまうことがわかる. これは, 振動子振幅を固定しているためであると考えられる. 所望の音圧振幅分布を実現するためには, 制御点の周囲に音圧振幅がゼロの制御点を明示的に設定して周囲の圧力を抑える必要がある. しかし制御点数が増えるため計算量が増加する. また, 松林らの手法で一律に決定されている振動振幅を所望の音圧振幅分布に応じて変更することで, 周囲に生じる余分な音圧を抑えられる可能性がある.

5. 結論と今後の展望

所望の音圧振幅を生成する手法として, 再現精度の誤差の観点では松林らの手法が有効であることが数値シミュレーションによって確かめられた. 他方, 松林らの手法では所望の音圧振幅の大きさや制御点の設定に応じて所望の音圧振幅分布が実現されない場合があることが確認できた. また, 振動子振幅の最適化にバリア関数法が有効であることが示された. 今後は, 所要時間や計算量の観点から, 手法間の比較をおこなう. 反復解法においては, 収束条件に対する誤差を調べる.

参考文献

- [1] Benjamin Long, Sue Ann Seah, Tom Carter, and Sriram Subramanian. Rendering volumetric haptic shapes in mid-air using ultrasound. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*.
- [2] Seki Inoue, Yasutoshi Makino, and Hiroyuki Shinoda. Active touch perception produced by airborne ultrasonic haptic hologram. In *2015 IEEE World Haptics Conference (WHC)*.
- [3] Atsushi Matsubayashi, Yasutoshi Makino, and Hiroyuki Shinoda. Rendering Ultrasound Pressure Distribution on Hand Surface in Real-Time. In *International Conference on Human Haptic Sensing and Touch Enabled Computer Applications (accepted)*, 2020.
- [4] Takayuki Hoshi, Masafumi Takahashi, Takayuki Iwamoto, and Hiroyuki Shinoda. Noncontact tactile display based on radiation pressure of airborne ultrasound. *IEEE Transactions on Haptics*.
- [5] Jorge J Moré. The levenberg-marquardt algorithm: implementation and theory. In *Numerical analysis*.
- [6] Kaji Madsen, Hans Bruun Nielsen, and Tingleff Ole. *Methods for non-linear least squares problems*, 2004.