



焦点からオフセットしたビーズ型再帰反射スクリーン による提示解像度の理論的算出

森本慶吾¹⁾, 木島竜吾¹⁾

1) 岐阜大学 自然科学技術研究科 (〒 501-1193 岐阜県岐阜市柳戸 1-1)

概要: プロジェクタの投影光を完全なビーズ型再帰反射スクリーンで反射させると、本来実像が結像する位置に虚像を提示でき、スクリーンを顔前にオフセットさせても乱れることなく像を観測することができる。しかし、実際はビーズの形状が疎らで屈折率が一定ではないため像にボケが生じる。動作を確認するため、真球で屈折率が一律なビーズを用いて頭部搭載型プロジェクタの構成をとった際に提示される投影像の解像特性を理論的算出した。

キーワード: 再帰反射材, STHMD, 解像度特性

1. はじめに

1.1 頭部搭載プロジェクタと再帰反射スクリーン

プロジェクタを目と共役になるように頭部に設置し、画像を投影してそれを観察する頭部搭載プロジェクタは再帰反射スクリーンと組み合わせて用いられることが多い。再帰反射とは、入射光を反転させ入射方向へ反射する性質のことである。

再帰反射光が正確に入射光路を逆光するなら、スクリーンを像点ではなく眼前に置いても、もともとの投影結像位置に像が見える [2] (図 1)。

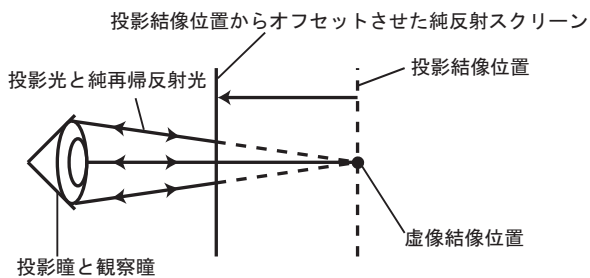


図 1: 純再帰反射スクリーンを用いた

1.2 本研究の目的

本研究の目的は、ビーズ型再帰反射材の限界性能を知ることである。屈折率が完全に一律で、形状が完全な球であるような理想的なガラスビーズを対象に、最も再帰反射性能が高くなる屈折率を求め、その場合に得られる解像度を計算する。このような理想的な条件を満たしても解像度が十分でなければ、上記のような HMD はガラスビーズタイプの再帰反射材を用いて作成できないということが確認できる。

2. ビーズ型再帰反射材

2.1 ビーズ型の再帰反射の動作

図 2 に一つのビーズに入射した光がどのように射出されるかを示す。入射光は入射点で屈折し、底面で反射し、射出点に再び屈折して入射した方位に近い角度で射出される。ここではビーズの屈折率を n とし、ビーズの入射高さを中心からの角度 θ で表し、射出方位を ϕ とする。これらの関係は式 1 で表される。入射高さ θ と射出方位 ϕ の関係を図 3 に示す。完全な再帰反射を起こす入射高さは $\theta=0$ すなわち頂点付近と、射出光が一度入射光と逆方向 ($\phi < 0$) に触れたのち再び入射光側 ($\phi > 0$) に触れ、戻る途中の θ であることがわかる。それ以外の入射光は、その高さに応じて再帰反射方向からはずれた方向に射出される。これがボケを引き起こす。

$$\Phi = 2\theta - \sin^{-1}\left(\frac{\sin\theta}{n}\right) \quad (1)$$

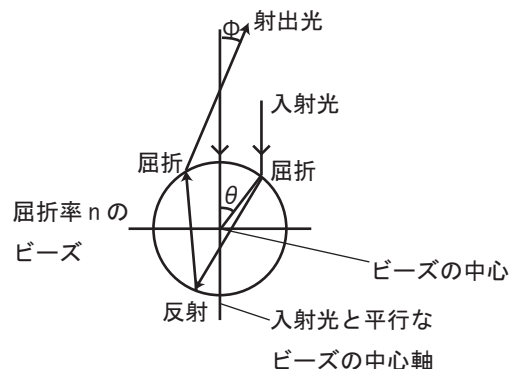


図 2: ビーズの入射高さ θ と射出方位 ϕ

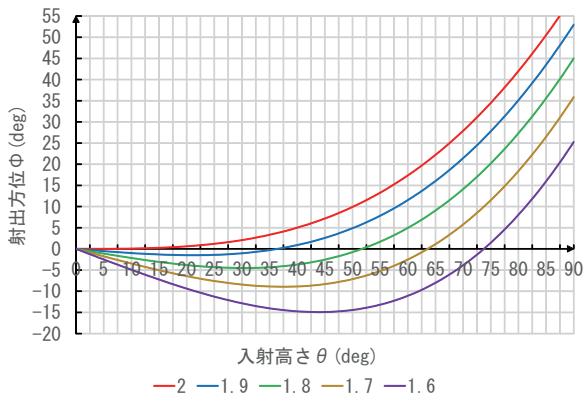


図 3: 入射高さ θ に対する射出方位 Φ

2.2 ボケ発生のメカニズム

図 4、目の近くに再帰反射スクリーンを置いた状況を示す。目の位置にはプロジェクタがあり、ある投影距離の面に実像を結ぶように光線群を放つ。目はその像位置に視焦点を合わせている。目の位置から投影された光線は、スクリーンにあたり、再帰反射光とその周りに分布する乱れた反射光となる。目に入射した反射光は、目から見るとその光の延長線が視焦点面 (= 投影面) に当たった点に見える。

従って図に示すように、ある乱れ角を持つ乱れ光によるボケは円状になり、その半径 r は乱れ角 δ とスクリーン～投影面間の距離 d により決まる。

$$r = d \tan \delta \tag{2}$$

なお、スクリーンが眼から遠い場合には乱れ光は観察瞳を覆うため、その一部だけが有効光となるので、ボケは式 2 よりも小さくなる。また、図には中心光だけを描いたが、側光の場合も見えるボケの範囲は中心光の場合と実は変わらないので、中心光だけを考えれば良い。

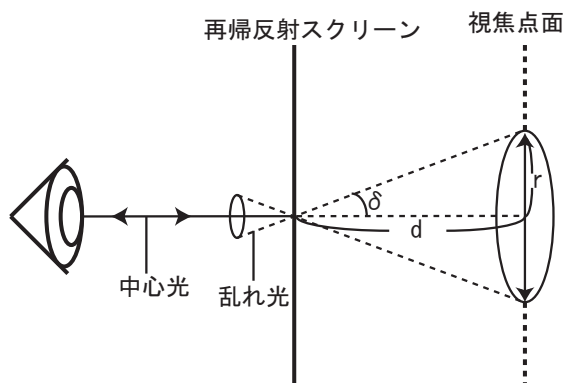


図 4: 中心光を再帰反射スクリーンに入射させたときのボケ

3. 乱れ光の観察輝度算出

本章では、2.2 で示したメカニズムを式に起こして計算を行う。図 4 に示すように、ある乱れ角の乱れ光は円状に見える、その半径は乱れ角から求められる。従って、ある乱れ

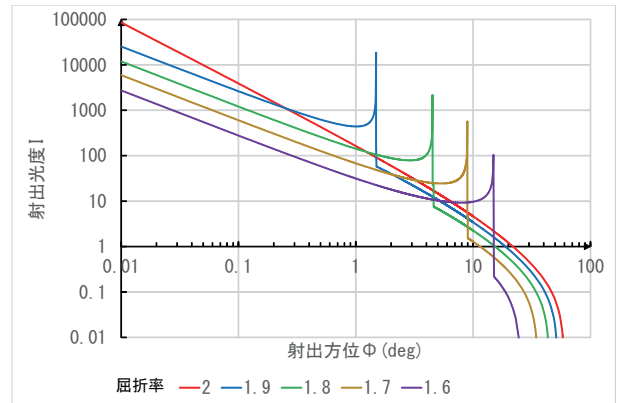


図 5: 射出方位に対する射出光度

角と光度の関係つまり射出光度配光がわかれば、視焦点面上の輝度分布がわかるはずである。投影結像面上の点 $P(x', y')$ にある小面積 S の画素にプロジェクタが照度 E を投影する。(図 6) この光束は $F=ES$ である。側光は無視できるので中心光線だけを考える。これは再帰反射スクリーン上の点 $H(xs, ys)$ に当たり、反射光は乱れ幅 δ に従って配分される。乱れ角光度配光 $I(\delta)$ を次のように定義する。入射光束 F , 乱れ角 δ 方向周りの微小立体角 $d\omega$ に放出される光束 dF として、

$$dF = FI(\delta)d\omega \tag{3}$$

入射光束は $F = ES$ なので、

$$dF = FI(\delta)d\omega = ESI(\delta)d\omega \tag{4}$$

この反射光束は投影結像面上に延長した点 $V(x,y)$ の面積 dS に見える。 $d\omega \approx 0$ なので

$$dS = (1 - \frac{D'}{D})^2 D^2 \frac{1}{\cos^3 \Phi} d\omega \tag{5}$$

$$R = ES \frac{\cos^3 \Phi}{r^2 (1 - D'/D)^2} I(\delta) \tag{6}$$

ここで、ある輝度を持つ実物体の照度 R' と R を比較することで、観察輝度を求める。実物の輝度を L 、観察瞳面積を Se とすると、

$$R' = L Se \cos^4 \Phi \frac{1}{r^2} \tag{7}$$

$R' = R$ なので、 L について解くと、

$$L = ES \frac{\cos^3 \Phi}{r(1 - D'/D)^2} I(\delta) \tag{8}$$

これは点 V に注目した時に点 P への投影光が与える寄与輝度である。つまり観察点の輝度は、観察点に与え、観察瞳が見込むすべての寄与輝度を積み込むことで求められる。

$$L(x, y) = \iint E(x', y') S \frac{1}{r \cos \Phi (1 - D'/D)^2} I(\delta) dx' dy' \tag{9}$$

人間の視力は視力 1.0 で一分ほどのボケを有するため空間周波数の上限を 0.1 分としても問題ない、平滑化を行いゼロ点で正規化した光度ゲイン配光 $I_g(\delta)$ を図 7 に示す。

D[m]:観察瞳~投影像の結像面間距離	
D' [m]:観察瞳~再帰反射スクリーン間距離	
r[m]:観察瞳半径	
投影画素 P	
(x, y)[m]:座標	F [lm]:光束
S[m ²]:面積	E[lm/m ²]:輝度
観察点 V	
(x, y)[m]:座標	ϕ :方位
投影中心光線の再帰反射スクリーン上の反射点 H	
(xs, ys)[m]:座標	δ [rad]:反射光の乱れ角

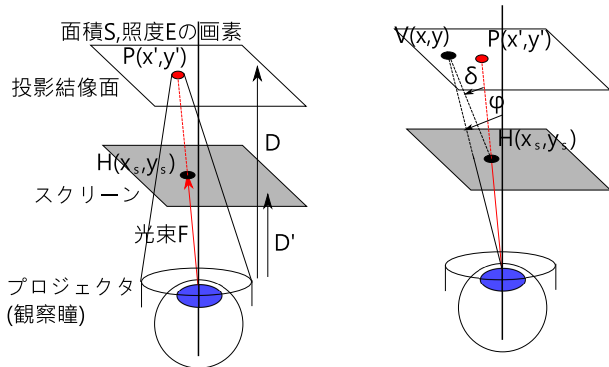


図 6: 射出方位に対する射出光度

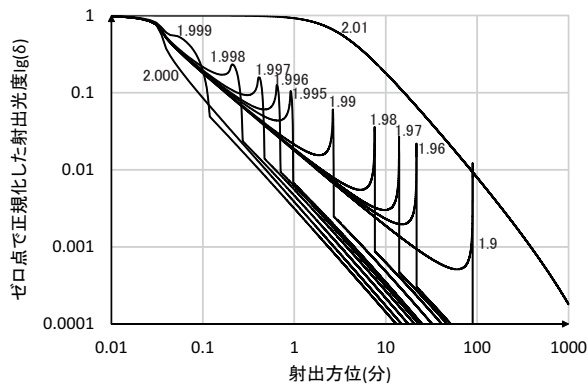


図 7: 平滑化し、ゼロ点で正規化した光度ゲイン配光 I_g

$I_g(\delta)$ を用いることで、観察点の輝度は次の式で求めることができる。

$$L(x, y) = \sum_{(idx, idy) = (-s, -s)}^{(s, s)} I(\delta) \frac{1}{r \cos \Phi (1 - D'/D)^2} E(x', y') dx' dy' \quad (10)$$

4. 解像特性の計算

4.1 方法と計算条件

本章では 3 章で求めた輝度分布を用いてコントラスト 1 の正弦波濃淡画像との畳み込みを行う。ユーザーに提示されるコントラストが劣化した正弦波濃淡画像を求めることで、空間

周波数に対するコントラスト応答を求める。このコントラスト応答は光学分野では MTF (Modulation Transfer Function) と呼ばれる。本論文でのコントラストは Michelson コントラスト [4] であり、最大最小輝度 L_{max} 、 L_{min} として

$$\frac{L_{min} - L_{max}}{L_{min} + L_{max}} \quad (11)$$

である。

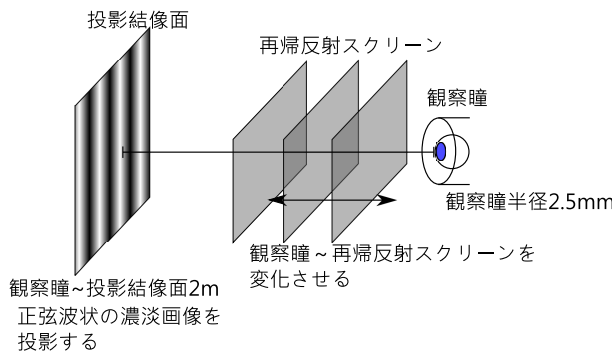


図 8: 算出条件、観察瞳~投影像の結像面距離 2m、観察瞳半径 2.5mm、正弦波状の濃淡画像を投影、観察瞳~再帰反射スクリーン距離を変化)

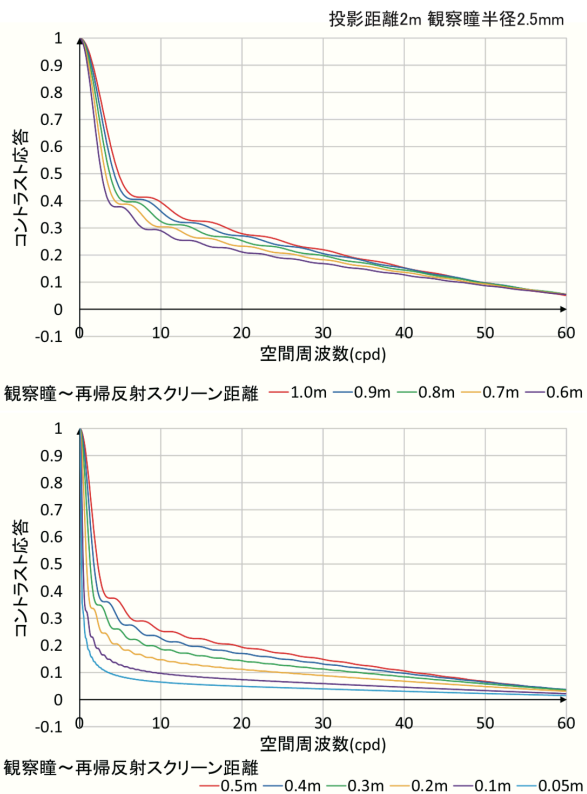


図 9: 投影像の MTF (屈折率 1.997, 観察瞳半径 2.5mm, 観察瞳~投影像の結像面距離 2m, 観察瞳~再帰反射スクリーン距離を変化)

4.2 コントラスト応答

乱れ光が生むボケは、一種のローパスフィルタであり、高い周波数のコントラストを低下させる。そのフィルタ特性

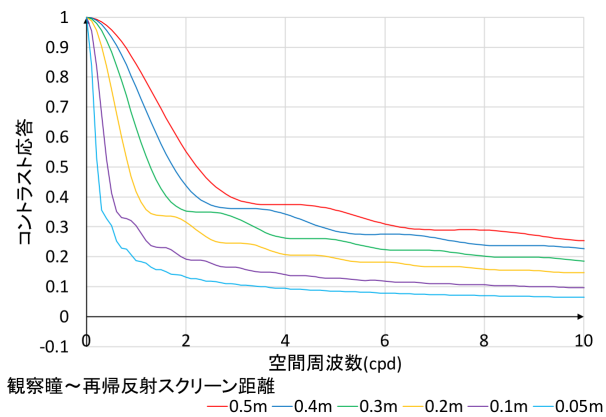


図 10: 図 9 の空間周波数の 0～10 のコントラスト応答を拡大したものの

は図 9 に示すように、急速な減衰とその後コントラスト 0.1 程度で高い周波数までゲインを保つ形状となっている。本論文ではコントラスト 0.5 を使用限界であるとする。頭部搭載プロジェクタの形状としては、目からスクリーンの距離は 5cm 程度が望ましいと考えているが、それを 50cm 程度まで緩和しても、図 10 に低周波領域を拡大して示すように、利用可能な空間周波数は数 cpd までにとどまり、単純仮想視力に換算すると 0.1 程度に過ぎないことが分かる。

5. 結論

ビーズ型再帰反射材の限界性能を知るために、正弦波濃淡画像を用いて、ビーズの屈折率と、眼と再帰反射スクリーンとの位置を変化させたときのコントラスト応答を求めた。結果として、目と再帰反射スクリーンの距離を 50cm ほど離しても頭部搭載型プロジェクタとして利用可能な空間周波数は数 cpd と非常に低かった。そのため、ビーズ型再帰反射材は頭部搭載型プロジェクタにおいてスクリーンをオフセットさせて用いるには難しい。

参考文献

- [1] Kijima, R., Ojika, T.: "Transition between Virtual Environment and Workstation Environment with Projective Head-Mounted-Display ", Procs of IEEE Virtual Reality Annual Intl Symp 1997, pp.130-137, IEEE, 1997.
- [2] Hua, H., Gao, C., Biocca, F., Rolland, J., P., " An Ultra-light and Compact Design and Implementation of Head Mounted Projective Displays ", Procs of IEEE Virtual Reality 2001, pp.175-182, IEEE, 2001.
- [3] 清川清, " 双曲面ハーフミラーを用いた超広視野頭部搭載型プロジェクタの設計 ", 日本バーチャルリアリティ学会第 12 回大会論文集, pp.43-46, 2007.
- [4] A.A.Michelson: Studies in Optics: U. of Chicago Press 1927.
- [5] 木島竜吾, 仮想空間における視力, 日本バーチャルリアリティ学会論文誌 23(3), 2018.

- [6] グェンヴァンドウック, 清川清, 門下以大, 竹村治雄: 再帰性半透過スクリーンを用いた広視野頭部搭載プロジェクタの実装と評価; 日本バーチャルリアリティ学会論文誌 19(2):163 - 172, VRSJ, 2014